УДК 517.5

КОРРЕКЦИЯ НЕСОВМЕСТНОЙ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ *

В. А. Горелик (ВЦ РАН, Москва),
О. В. Муравьева (МПГУ, Москва)

При декомпозиции системы линейных уравнений, соответствующей противоречивой математической модели, возникают несовместные подсистемы, которые необходимо корректировать. При этом уравнения связи могут накладывать дополнительные ограничения на матрицу коррекции. Для простейших ограничений (линейных) получены следующие результаты:

Пусть заданы матрица $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, векторы $b \in \mathbb{R}^m$, $d \in \mathbb{R}^n$. Тогда $\inf\{\|H\|^2\colon (A+H)x = b, y^T H = d\} = \lambda_{min}(D)$, где $D = A^T(E - P_b)A$, $\|H\| = \sqrt{\sum\limits_{i,j=1}^{m,n} h_{ij}^2}$. Инфинум достигается тогда и только тогда, когда $d||e^*$, где $e^* \in \Lambda(D)$ – множество собственных векторов D, соответствующих $\lambda_{min}(D)$, $(A^T b, e^*) \neq 0$.

Пусть матрица $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, векторы $b, c \in \mathbb{R}^m$, $d \in \mathbb{R}^n$. Тогда $\inf\{\|H\|^2\colon (A+H)x = b, c^T H = d\} = \frac{\|d\|^2}{\|c\|^2} + \lambda_{min}\big((E - P_{B_0^T})B_1^T B_1\big)$ и достигается на матрице $H^* = \frac{cd^T}{\|c\|^2} - B_1 e^*\Big(e_1^* + \frac{e_0^* x^0}{\|x^0\|}\Big)$, где $B_0 = (0, A_0)$, $B_1 = \Big(\frac{-b_1 + A_1 x^0}{\|x^0\|}, A_1\Big)$, $A_0 = (E - P_c)A$, $A_1 = P_c A + \frac{cd^T}{\|c\|^2}$, $b_0 = (E - P_c)b$, $b_1 = P_c b$, $P_c = \frac{cc^T}{\|c\|^2}$ – матрица проектирования на вектор c, x^0 – решение системы $A_0 x = b^0$, $e^* = (e_0^*, e_1^*)$ – собственный вектор матрицы $(E - P_{B_0^T})B_1^T B_1$, соответствующий минимальному собственному значению, $e_0^* \in \mathbb{R}$, $e_1^* \in \mathbb{R}^n$.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Совета Программы поддержки ведущих научных школ (грант 00-15-96137).