Рассматривается равномерно эллиптическое квазилинейное уравнение

$$\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) - a(x)|u(x)|^{\sigma-1} u(x) = 0,$$

в области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, а также в области Ω_ε, представляющую собой область Ω, из которой удалено большое число сферических полостей радиуса ε. Решение первой задачи обозначается через $u(x)$, а второй — через $u(x,\varepsilon)$. Положительный показатель σ не равен 1; коэффициент $a(x)$ положителен и отделен от нуля. Для области Ω на одной части границы $\Gamma := \partial\Omega$ заданы однородные условия Дирихле или Неймана, а на другой — неоднородные условия Дирихле. Для области Ω_ε на Γ поставлены те же условия, а на границах сферических полостей задано неоднородное условие Дирихле.

Эффект локализации при $\sigma \in (0,1)$ заключается в том, что носитель решения $u(x,\varepsilon)$ сосредоточен вблизи той части $\widetilde{\Gamma}_\varepsilon$ границы $\partial\Omega_\varepsilon$, где краевое условие Дирихле неоднородно. Общее утверждение состоит в следующем: область, где $u(x,\varepsilon) = 0$, заведомо включает подмножество $\widetilde{\Omega}_\varepsilon \subset \Omega_\varepsilon$, определяемое формулой:

$$\widetilde{\Omega}_\varepsilon := \left\{ x \in \Omega_\varepsilon : \operatorname{dist}(x, \widetilde{\Gamma}_\varepsilon) > \left(\frac{M}{c} \right)^{(1-\sigma)/2} \right\},$$

где M — константа, ограничивающая решение, величина c не зависит от M и Ω_ε. Заметим, что оценка размера зоны локализации может быть улучшена за счет использования методов теории устранения особенностей.

Эффект усреднения возникает при достаточно больших $\sigma > 1$ и стремлении ε к нулю, согласованном с одновременным ростом количества полостей. При фиксированном условии Дирихле на Γ наблюдается сходимость в $L^\infty(E)$ решений $u(x,\varepsilon)$ при $\varepsilon \to 0$ к решению $u(x)$ задачи в неперфорированной области Ω с теми же краевыми условиями на Γ. Здесь E — произвольный компакт, принадлежащий вместе с некоторой своей окрестностью всем областям семейства $\{\Omega_\varepsilon\}$, начиная с некоторго ε_0. Характер сходимости не зависит от краевых условий на границах полостей, а при некоторых условиях решения сходятся почти всюду.