

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

*На правах рукописи*

**Б.Г. СУШКОВ**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ  
ФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

(009 – теоретическая кибернетика)

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 1970

Работа выполнена в Вычислительном центре  
Академии наук СССР.

Научный руководитель –  
кандидат физико-математических наук *В.Г. Срагович.*

Официальные оппоненты :  
доктор технических наук, профессор *Л.И. Розоноэр,*  
кандидат физико-математических наук *Е.А. Девянин.*

Диссертация направлена на отзыв в Ленинградский  
государственный университет.

Автореферат разослан: 12 октября 1970 г.

Защита диссертации состоится: 12 ноября 1970 г.  
на заседании Ученого Совета Вычислительного центра  
Академии наук СССР (Москва В-333, ул. Вавилова, 40,  
конференц-зал).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке.

В настоящее время наблюдается всё более широкое проникновение в физиологию математических методов исследования, применяемых как для систематизации и описания накопленного экспериментального материала, так и для моделирования процессов и явлений, протекающих в живых организмах.

Большинство из имеющихся к настоящему времени моделей физиологических объектов являются моделями тех или иных отделов нервной системы, решающих задачу управления жизнедеятельностью организма.

Математическое исследование моделей некоторых физиологических управляющих систем проводится в настоящей диссертации.

Диссертация состоит из введения и трех глав.

В главе I излагается модель нервных структур, управляющих глазодвигательным аппаратом (г.д.а.) млекопитающих и человека. В § 1 на основании известных физиологических данных предложена структурно-функциональная схема взаимодействия нервных центров для осуществления управления произвольными движениями глаз у человека и млекопитающих.

С помощью этой схемы дано качественное объяснение механизмов возникновения некоторых важных произвольных движений глаз: компенсаторные движения глаз при повороте головы или туловища, вестибулярный нистагм - движение, возникающее при сильных раздражениях вестибулярного аппарата и состоящее из медленного согласованного поворота глаз в сторону, сменяемого быстрым возвратным скачком, движения глаз при наличии точки фиксации и др. Сформулированы требования к нейронным структурам (сетям), осуществляющим управление этими движениями, как к преобразователям поступающей на них импульсации.

В § 2 изучается взаимодействие глазодвигательного аппарата с вестибулярным, подробно рассматриваются (с точки зрения развитых выше модельных представлений о

г.д.а.) механизмы вестибулярного нистагма, проводится детализация строения некоторых нейронных сетей, управляющих г.д.а.

В § 3 приводятся результаты численных экспериментов с моделью г.д.а., реализованной в виде программы для ЦВМ. В этих экспериментах регистрировались движения глаз в ответ на различные комбинации входных стимулов. Результаты позволили заключить, что управление, основывающееся на изложенных выше модельных принципах, способно осуществлять коррекцию положения глаз. При этом поведение модели имеет сходство с поведением реальной системы. Например, в случае, когда возбуждение тех нервных путей, которые активируют мышцы глаз так, что глаза поворачиваются вправо, заметно превышало возбуждение нервных путей, обеспечивающих поворот в противоположную сторону, начинается нистагм с медленной фазой направо.

Хорошее сходство с окулографическими записями обнаруживалось в характере поведения модели при появлении зрительного стимула в темноте.

В главе 2 изучается несколько конструкций нейронных сетей, представление о которых возникает в связи с моделированием г.д.а.

В § I этой главы рассмотрена сеть нейроподобных элейюнтов, способная к генерации как устойчивой ритмической импульсации в ответ на постоянно поступающее внешнее возбуждение, так и самоподдерживающихся колебаний активности.

Периодичность в работе сети объясняется взаимодействием двух процессов: вовлечении в работу все большего числа нейронов и синхронизации их разрядов, в силу наличия в сети обширных межнейронных связей, и ограничения возбудимости сети, по типу «отрицательной обратной связи» из-за повышения порогов активных клеток.

Следует отметить важные свойства системы:

устойчивость режима работы к флюктуациям внешнего воздействия и шумам во внутренних, межнейронных связях, а также большую надежность: повреждение части составляющих сеть нейронов (в ряде случаев до половины всех клеток) не меняет характера колебаний активности сети.

Приводятся результаты численных экспериментов с такими сетями. Изучается зависимость периода колебаний активности сети от параметров составляющих ее нейронов, указывается область значений интенсивности внешнего возбуждения, в которой наблюдается ритмическая активность.

В § 2 исследуются "сравнивающие" нейронные сети, т.е. нейронные сети состоящие из двух частей (подсетей), каждая из которых тормозит другую тем интенсивнее, чем выше ее собственное возбуждение. Показано, что такие сети способны выделять из двух потоков импульсации сильнейший. Рассмотренная в диссертации конструкция сравнивающих нейронных сетей удовлетворяет и ряду других требований, предъявляемых к этим сетям, как составным частям системы управления г.д.а.

В главе 3 выведены и исследованы дифференциальные уравнения динамики системы взаимодействующих сетей из аналоговых нейронов.

В § 1 этой главы рассматриваются дифференциальные уравнения для мембранного потенциала и порога нейрона нейронной сети из системы взаимодействующих друг с другом нейронных сетей, каждая из которых состоит из большого числа нейронов.

Показано, что при выполнении ряда гипотез (предусматривающих, в частности, статистическую независимость мембранных потенциалов нейронов сети от синаптических весов в течение всего времени функционирования сети) функционирование коллектива из  $k$  взаимодействующих сетей описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i &= \hat{f}_i(x_i, \xi_1, \dots, \xi_k) \\
\dot{p}_i &= \hat{\pi}_i(p_i, \xi_i) \\
i &= 1, \dots, k.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $x_i$  – мембранный потенциал одного из нейронов  $i$ -й сети,  $p_i$  – порог нейронов  $i$ -й сети,  $\xi_i$  – доля нейронов  $i$ -й сети, мембранный потенциал которых превышает в данный момент значение порога.

Далее показывается, что система (1) эквивалентна системе

$$\begin{aligned}
\dot{x}_i &= f_i(x_i, \psi_1(t), \dots, \psi_k(t)) \\
\dot{p}_i &= \pi_i(p_i, \psi_i)
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $f_i(x_i, \psi_1(t), \dots, \psi_k(t)) = \hat{f}_i(x_i, 1 - F_1(0, \psi_1(t)), \dots, 1 - F_k(0, \psi_k(t)))$  ( $F_i(0, x)$  – функция распределения вероятностей мембранных потенциалов нейронов  $i$ -й сети в начальный момент времени), а функции  $\psi_i(t)$  определяются из равенства

$$x_i(t, \psi_1(t)) = p_i(t, p_i^0)$$

В § 2 формулируется и доказывается теорема существования и единственности решения для уравнений вида (2).

**Теорема.** Пусть функции  $f_i(x, y_1, \dots, y_k)$  и  $\pi_i = (p_i, y_i)$  таковы, что в бесконечной области

$$\begin{aligned}
D &= \{(x_1, \dots, x_k, y_1, \dots, y_k, p_1, \dots, p_k), \\
&-\infty < x_i < \infty, \quad -\infty < y_i < \infty, \quad -\infty < p_i < \infty\}
\end{aligned}$$

1) существуют непрерывные частные производные

$$\left. \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \right|_{(x_i, y_1, \dots, y_k)}, \quad i = 1, \dots, k,$$

равномерно относительно  $x_i, y_1, \dots, y_k$  ограниченные по абсолютной величине,

2)  $f_i(x_i, y_1, \dots, y_k)$  удовлетворяют условию Липшица по совокупности переменных  $y_1, \dots, y_k$ ,

3)  $\pi_i(p_i, y_i)$  удовлетворяют условию Липшица по совокупности своих переменных.

Тогда существует такое положительное число  $T$ , что через каждую точку бесконечной  $(2k+1)$ -мерной области

$$D(T) = \{(t, x_1, \dots, x_k, p_1, \dots, p_k), \\ -\infty < t < \infty, \quad -\infty < x_i < \infty, \quad -\infty < p_i < \infty, \quad i = 1, \dots, k\}$$

проходит одна и только одна интегральная кривая системы (2).

В § 3 главы 3 выводятся дифференциальные уравнения для доли возбужденных клеток сети, замыкающие систему (1).

Эти уравнения имеют вид

$$\xi_i(t) = e^{-\int_0^t \frac{\partial f_i(x_i(\tau, (1-F_i)^{-1}(\xi_i(t)), \xi_1(\tau), \dots, \xi_k(\tau)))}{\partial x_i} d\tau} \times \varphi_i(\xi_i)(\hat{p}_i(t) - f_i(p_i(t), \xi_1(t), \dots, \xi_k(t))), \\ i = 1, \dots, k. \quad (4)$$

Здесь  $(1-F_i)^{-1}(\alpha)$  означает функцию, обратную к функции  $(1-F_i)(\alpha)$ , где  $F_i(\alpha)$  начальное распределение вероятностей мембранного потенциала нейронов  $i$ -й сети, а функция  $\varphi_i(\xi)$  – непрерывная, обращающаяся в 0 всюду вне интервала  $(0, 1)$  функция (конкретный ее вид определяется распределением  $F_i(\alpha)$ ).

В §§ 4, 5 исследуются нейронные сети, состоящие из большого числа линейных нейронов, т.е. нейронов, законы изменения мембранных потенциалов и порогов для которых задаются уравнениями (1) с правыми частями – линейными функциями своих аргументов.

В § 4 рассматриваются сети, состоящие из линейных астатических нейронов, т.е. линейных нейронов, скорость изменения мембранного потенциала которых не зависит от его текущего значения, а определяется лишь внешним воздействием на нейрон. Методами качественной теории динамических систем исследуются стационарные состояния системы, формулируются условия существования периодических изменений активности сети. Показано, что ритмические колебания числа возбужденных нейронов в сети возможны лишь в случае тормозных сетей из астатических нейронов.

В § 5, при изучении сетей из линейных нейронов, показано существование почти-периодических изменения ак-

тивности, как для тормозных, так и для сетей с возбуждающими связями между нейронами. Получена оценка периода колебаний активности для моментов времени достаточно отдаленных от начального момента.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю *В.Г. Сраговичу* за постоянное внимание и помощь в работе.

Результаты диссертации изложены в работах:

1. *Петров А.А., Срагович В.Г., Сушков Б.Г.* О возможных механизмах управления движениями глаз. // ДАН, т. 166, № 5, 1966.

2. *Петров А.А., Срагович В.Г., Сушков Б.Г.* Математическая модель глазодвигательного аппарата. // В кн. "Физиология вестибулярного анализатора". М.: Наука, 1968.

3. *Разумев А.Н., Срагович В.Г., Сушков Б.Г., Шипов А.А.* О теоретических и экспериментальных проблемах исследования механизмов вестибулярного нистагма. // "Космическая биология и медицина", № 1, 1970.

4. *Вачелис Б.А., Сушков Б.Г.* Моделирование глазодвигательного аппарата на ЦВМ. // В сб. "Исследования по теории самонастраивающихся систем", М.: ВЦ АН СССР, 1967.

5. *Сушков Б.Г.* Модель нейронной сети, генерирующей устойчивую ритмическую импульсацию. // "Космическая биология и медицина", № 4, 1970.

6. *Сушков Б.Г.* Модель нервной структуры с периодическим откликом на внешнюю афферентацию. // В сб. "Современные проблемы кибернетики", "Наука"(в печ.)

7. *Сушков Б.Г.* Качественное исследование динамики нейронных сетей. // В сб. "Исследования по теории самонастраивающихся систем", Изд-во ВЦ АН (в печ.).

8. *Сушков Б.Г.* Математическая модель взаимодействующих нейронных сетей. // "Рефераты докладов IV Всесоюзной конференции по нейрокибернетике". Ростов на Дону: Изд-во РГУ, 1970.



Б.Г. Сушков

**Математическое исследование моделей  
физиологических управляющих систем**

(009 – теоретическая кибернетика)

Т-10055. Подписано в печать 9/VI-70 г. Тираж 200 экз.

Формат бумаги  $60 \times 90^{1/16}$ . Бесплатно, Заказ 62

Отпечатано на ротاپринтах в ВЦ АН СССР

Москва, В-333, ул. Вавилова, 40