

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗНООБРАЗИЯ
ПРИРОДНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ СРАВНЕНИИ
ДВУХ СТРАТЕГИЙ ОБУЧЕНИЯ В ШКОЛЕ**

**MATHEMATICAL MODELING OF A NATURAL ABILITIES
VARIETY OF PUPILS WHEN COMPARING TWO STRATEGY AT
SCHOOL TRAINING**

ВЦ РАН, Москва, DGonchar@ccas.ru, july@ccas.ru

На основе построения математической модели существенного разнообразия природных способностей учащихся к обучению сопоставляются две наиболее известные стратегии обучения в обязательной общеобразовательной школе: культуросообразная и природосообразная. Приводятся итоги вычислительных экспериментов с моделью.

On the basis of mathematical model describing an essential natural pupil abilities variety two most known strategies of training at obligatory comprehensive school are compared: culture corresponding strategy and nature corresponding strategy. Results of computing experiences with model are given.

Ключевые слова: культуросообразная стратегия обучения, природосообразная стратегия обучения, общеобразовательная школа, учёт (пренебрежение) разнообразием природных способностей в обучении.

Keywords: culture corresponding strategy of the training, nature corresponding strategy of training, comprehensive school, the account (neglect) a variety of natural abilities in training.

Введение

Успеваемость и здоровье учащихся в средней школе в значительной степени зависит от учёта в технологии обучения состава и величины природных способностей учащихся [1-2]. По далёким от науки основаниям с середины 1930-х годов в СССР (и по сию пору в России) такой учёт при устройстве школы широко не применяется, что связано с довлеющими подходами и оценками акад. Т.Д. Лысенко и Л.С. Выготского, поддержанными руководством ВКП(б) [1-2]. Отчасти оправданный в чрезвычайной обстановке предвоенного времени, нехватке умелых учителей и небольшой продолжительности обязательного обучения в школе (3-5 классов в

30-40-е годы), этот подход ныне приводит ко всё более печальным последствиям не только в успеваемости, но и в моральном, умственном и физическом здоровье учащихся [1-2], [3], оказывает соответствующее отрицательное влияние на производительность труда и здоровье населения.

К сожалению, по сию пору в России внимание исследователей больше занимают некоторые частные вопросы реструктуризации ВУЗовского обучения (например, среди современных диссертационных работ, учитывающих здоровье и способности учащихся и использующих методы математического моделирования для описания процесса обучения в высшей школе, можно выделить [4, 5]. В [6] представлена разработка индивидуального плана студента на основе теории активных систем.). В единственной известной авторам работе по средней школе [7] учитывается способность учащихся к логическим выводам и рассуждениям на уроках математики при получении количественной оценки знаний учащихся. В тоже время математического моделирования последствий учёта (либо неучёта) существенного разнообразия природных способностей учащихся при выработке стратегий обучения в обязательной средней школе не ведётся. Авторы предлагают одну из таких моделей и итоги первых расчётов по ней.

1. Постановка задачи

Даны два учебных предмета с существенным отличием по требованиям к составу природных способностей учащихся (условно назовём их «физика» и «лирика»). Пусть изучение каждого из них на 100% требует применения соответствующих природных способностей: физика – 100% по физике, лирика – 100% по лирике. Учебная программа задаёт план освоения по физике и по лирике в неких условных учебных единицах. Предполагается, что если план выполнен, то дальнейшее обучение по данному предмету не производится (учебник кончился).

Для каждого из N учащихся известна величина доступной для траты на обучение жизненной энергии, а состав природных способностей ученика задан значением постоянных множителей, показывающих качество затрат его жизненной энергии на освоение учебной единицы по физике и по лирике соответственно.

Требуется определить величину суммарного учебного вклада всех учащихся (т.е. общее количество освоенных всеми учебными единицами, общественную ценность которых по обоим предметам примем равной) при применении следующих стратегий обучения:

А. Уравнительной (культуросообразной) (по Ф. Гербарту, Т. Лысенко, Л. Выготскому и др.): учебный план по физике и по лирике одинаков для всех учеников. Данная стратегия исходит из представления, что все итоги обучения, якобы, определяет среда.

Б. Природосообразной (Я. Коменский, Дж. Локк, А. Дистервег, К.Ушинский, А.Макаренко и др.): явное предпочтение отдаётся обучению тому предмету, который даётся легче данному учащемуся, другой предмет осваивается по остаточному принципу.

2. Модель разнообразия способностей к обучению

Используемые обозначения:

$enrg[i]$ – доступная для расхода на обучение энергия ученика i ,
 $ph_abil[i]$ – задаёт природные способности (успешность преобразования энергии, скорость обучения) ученика i при учёбе по «физике»;
 $lir_abil[i]$ – то же для «лирики»;
 prg_ph – верхний предел требований учебной программы по «физике»;
 prg_lir – то же по «лирике»;
 $enrg_m[i]$ – энергия ученика i , доступная для освоения любимого предмета (природосообразный подход);
 $enrg_r[i]$ – энергия ученика i , доступная для обучения после попытки выполнения планки требований по любимому предмету.

Расчёт общего учебного вклада учащихся при уравнительном (культуросообразном) подходе.

В первой задаче учебный вклад каждого учащегося ($\Omega[i]$) рассчитывается по формуле

$$\Omega[i] = \frac{1}{2} enrg[i] \times ph_abil[i] + \frac{1}{2} enrg[i] \times lir_abil[i].$$

Во второй задаче добавляется учёт конечной величины требований учебной программы и личный вклад учащегося вычисляется так:

$$\Omega[i] = \min\left(\frac{1}{2} enrg[i] \times ph_abil[i], ph_abil[i], prg_ph\right) + \\ + \min\left(\frac{1}{2} enrg[i] \times lir_abil[i], prg_lir\right).$$

Общий учебный вклад вычисляется посредством суммирования по числу учащихся N .

Расчёт общего учебного вклада учащихся при природосообразном подходе. Моделируется идеальный случай, когда каждому ученику дают возможность сначала заниматься по программе любимым предметом, а всем прочим – по остаточному принципу.

В этом случае:

```

if (ph_abil[i] > lir_abil[i]) // Физики
  { if (enrg[i] × ph_abil[i] ≤ prg_ph)
    { enrg_m[i] = enrg[i]; enrg_r[i] = 0; }
    else { enrg_r[i] = enrg[i] × ph_abil[i] - prg_ph;
          enrg_m[i] = enrg[i] - enrg_r[i]; }
  Ω[i] = enrg_m[i] × ph_abil[i] + // i - й вклад
        + min (enrg_r[i] × lir_abil[i], prg_lir); }
else { // Лирики
  if (enrg[i] × lir_abil[i] ≤ prg_lir )
    { enrg_m[i] = enrg[i]; enrg_r[i] = 0; }
    else { enrg_r[i] = enrg[i] × lir_abil[i] - prg_lir;
          enrg_m[i] = enrg[i] - enrg_r[i]; }
  Ω[i] = enrg_m[i] × lir_abil[i] +
        + min (enrg_r[i] × ph_abil[i], prg_ph); }

```

3. Итоги вычислительных опытов на модели

По данным формулам были проведены расчёты в пакете MATLAB для $N = 200$ тыс. учащихся, распределение природных способностей которых моделировалось как по нормальному, так и по равномерному закону.

3.1. Первая задача

Приводится сравнение двух упомянутых выше стратегий при отсутствии верхней и нижней планки требований учебной программы.

Сравнивается суммарный учебный вклад, когда у учащихся распределены равномерно (что маловероятно для действующей средней школы) или нормально (при этом более слабых детей больше):

А) энергия;

Б) природные способности.

На рис. 1 представлены гистограммы распределения способностей учащихся по двум предметам согласно данным, приведённым в работе [1], а именно 50% учащихся обладают заметными гуманитарными способностями, а 10% – заметными техническими, здесь по оси ординат отложено количество учащихся, по оси абсцисс – значение коэффициентов способностей. Если считать, что после значения 7 коэффициента литературных способностей человек считается одарённым по литературе, а после значения 10,15 коэффициента технических способностей человек считается одарённым по физике, приведённые гистограммы по мнению авторов вполне отражают действительные процентные соотношения из практики.

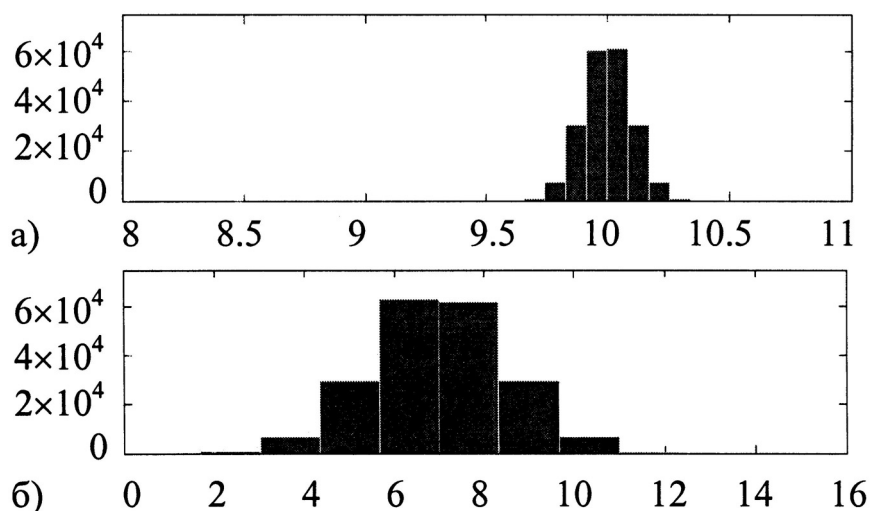


Рис. 1. *Распределение способностей а) по физике; б) по лирике*

На рис. 2 приведена гистограмма общего учебного вклада $V_{\text{SUM}}^{\text{НОРМ}}$ при нормальном распределении энергии (способности учащихся распределены согласно рис. 1). По оси абсцисс – учебный вклад каждого ученика, нормированный на максимум, по оси ординат – количество детей с учебным вкладом, соответствующим определённому диапазону по оси абсцисс. Для равномерного распределения также выполнены расчёты, но в силу ограничений на объём статьи приведены только итоговые числовые значения.

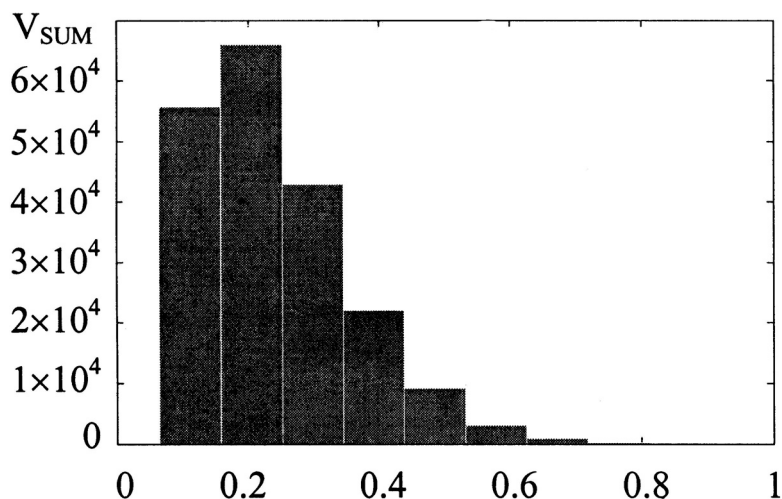


Рис. 2. *Распределение общего учебного вклада при нормальном распределении способностей и энергии учащихся.*

Общий учебный вклад при нормальном распределении энергии ($V_{\text{SUM}}^{\text{НОРМ}} = 2,2 \cdot 10^6$) оказался больше соответствующего значения вклада при равномерном распределении энергии ($V_{\text{SUM}}^{\text{РАВН}} = 1,69 \cdot 10^6$).

Приведённый выше материал показывает, что общий учебный вклад выше, если состав класса неоднородный по способностям.

Рис. 3 является аналогом рис. 2 при равномерном распределении способностей на отрезке от 0 до 14. Общий вклад возрастает при нормальном распределении энергии ($V_{SUM}^{pabH} = 1,39 \cdot 10^6$ – равномерное распределение энергии, $V_{SUM}^{hopM} = 1,81 \cdot 10^6$ – нормальное распределение энергии).

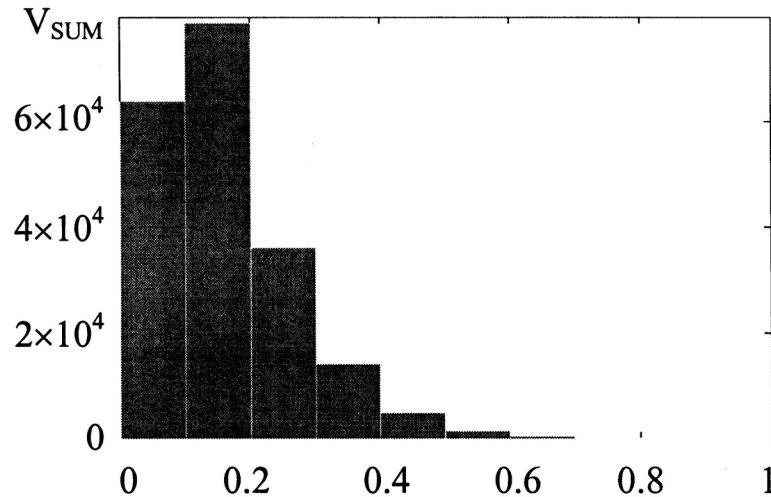


Рис. 3. Распределение общего учебного вклада при равномерном распределении способностей и нормальном распределении энергии учащихся.

3.2. Вторая задача

Здесь используются те же данные по энергии и по нормальному распределению способностей учащихся, что и в первой задаче (равномерное распределение способностей здесь не используется). Введём обозначения:

mean_energy – средняя величина запаса энергии ученика;

mean_phys_ability – средние технические способности;

mean_lir_ability – средние гуманитарные способности.

Пусть верхние пределы требований учебной программы вычисляются по формулам:

$$\text{prg_ph} = X \cdot \text{mean_phys_ability} \cdot \text{mean_energy},$$

$$\text{prg_lir} = X \cdot \text{mean_lir_ability} \cdot \text{mean_energy}.$$

Здесь X – некоторая постоянная величина, связанная с напряжённостью требований учебной программы. Сначала рассмотрим случай $X = 3$.

На рис. 4 представлены итоги моделирования для природосообразного подхода при нормальном распределении энергии, $V_{SUM}^{hopM} = 1,82 \cdot 10^6$ (для равномерного распределения энергии, $V_{SUM}^{pabH} = 1,4 \cdot 10^6$).

На рис. 5 представлены итоги моделирования для культуросообразного подхода при нормальном распределении энергии, $V_{SUM}^{hopM} = 2,2 \cdot 10^6$ (при равномерном распределении энергии, $V_{SUM}^{pabH} = 1,69 \cdot 10^6$).

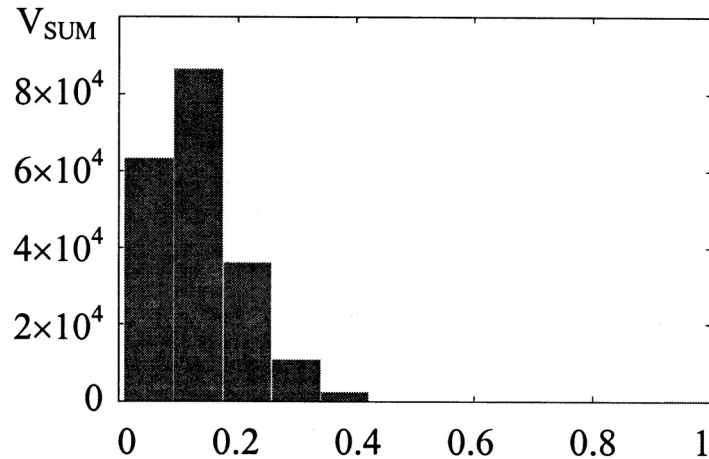


Рис. 4. Природосообразный подход. Распределение общего учебного вклада, $X = 3$. Энергия учащихся распределена нормально.

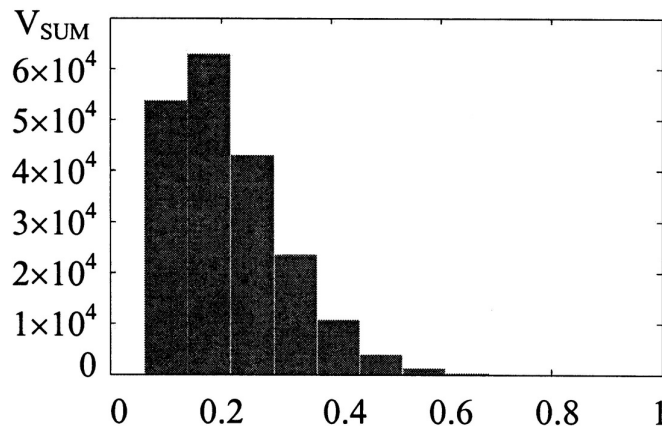


Рис. 5. Культуросообразный подход. Распределение общего учебного вклада при нормальном распределении способностей учащихся, $X = 3$.

Сравнивая рис. 4 и рис. 5, легко видеть, что меняется и форма распределения общего учебного вклада, и его величины ($1,69 \cdot 10^6 \neq 1,4 \cdot 10^6$; $2,2 \cdot 10^6 \neq 1,82 \cdot 10^6$). Природосообразный подход отстаёт от культуросообразного.

Пусть теперь $X = 7$. На рис. 6 представлены результаты моделирования для природосообразного подхода при нормальном распределении энергии, $V_{SUM}^{норм} = 1,81 \cdot 10^6$ (при равномерном распределении энергии, $V_{SUM}^{равн} = 1,4 \cdot 10^6$).

На рис. 7 представлены результаты моделирования для культуросообразного подхода при нормальном распределении энергии, $V_{SUM}^{норм} = 2,2 \cdot 10^6$ (при равномерном распределении энергии, $V_{SUM}^{равн} = 1,7 \cdot 10^6$).

Сравнивая рис. 6 и рис. 7, легко видеть, что меняется и форма распределения общего учебного вклада, и его величины ($1,7 \cdot 10^6 \neq 1,4 \cdot 10^6$; $2,2 \cdot 10^6 \neq 1,81 \cdot 10^6$). Природосообразный подход по-прежнему отстаёт от культуросообразного, но величины общего учебного вклада не изменились

по сравнению с коэффициентом 3 в величине планки требований, лишь незначительно изменилась форма распределения.

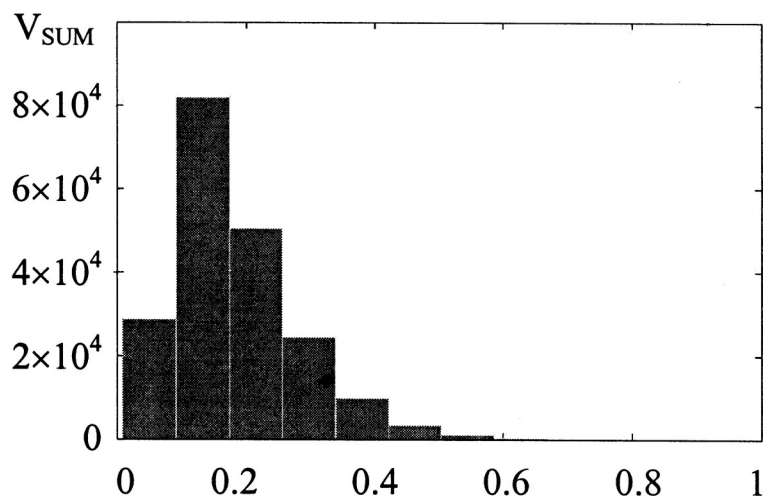


Рис. 6. Природосообразный подход. Распределение общего учебного вклада при нормальном распределении способностей учащихся, $X = 7$

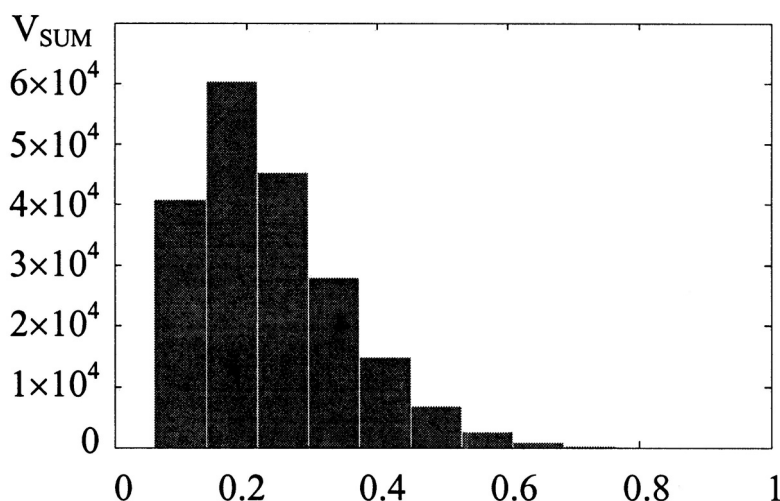


Рис. 7. Культуросообразный подход. Распределение общего учебного вклада при нормальном распределении способностей учащихся, $X = 7$

Вычислительные эксперименты с коэффициентом 1/2 в планке требований дали следующие результаты: нормальное распределение энергии в природосообразном подходе имеет общий учебный потенциал $1,94 \cdot 10^6$, а в культуросообразном – $1,77 \cdot 10^6$; равномерное распределение энергии в природосообразном подходе имеет общий учебный потенциал $1,6 \cdot 10^6$, а в культуросообразном – $1,47 \cdot 10^6$. Мы видим, что здесь, наоборот, природосообразный подход обгоняет культуросообразный. При этом получаются рисунки с сильно выраженным правым пиком в распределении общего учебного вклада, то есть чем ниже планка, тем большую роль играют сильно талантливые дети и природосообразный подход сильнее обгоняет культуросообразный.

4. Предварительные выводы

Полученные значения расхождения суммарного учебного вклада при разных подходах при весьма правдоподобных (по мнению авторов) допущениях, уже говорят, по нашему мнению, о целесообразности продолжения исследований [8]. В то же время представляется, что полученные значения пока следует обсуждать как теоретическую модель с достаточно высоким уровнем обобщения, поскольку итоги расчётов существенно зависят от сделанных допущений и входных данных, которые, очевидно, должны в большей мере учитывать итоги антропологических и иных соответствующих исследований.

Авторы надеются, что данный труд внесёт посильный вклад в то, что такие исследования станут проводиться в России более полно и систематично, а предложенная модель будет уточнена и развита общими усилиями заинтересованных исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кумарин В.В.* Педагогика стандартности или почему детям плохо в школе. М., 1996 г. 64 с.
2. *Кумарин В.В.* Педагогика природосообразности и реформа школы // М.: «Народное образование», 2004, ISBN 5-87953-191-0. 376 с.
3. *Журавлёва И.В.* Здоровье подростков: социологический анализ. М.: Институт социологии РАН, 2002. 240 с.
4. *Сыготина М.В.* Моделирование процесса обучения в высшем учебном заведении. Автореферат дисс. ... к.т.н. по спец. 05.13.18. Братск, 2005, 20 с.
5. *Назойкин Е. А.* Мультиагентное имитационное моделирование учебного процесса накопления знаний. Автореферат дисс. ... к. т. н. по спец. 05.13.18. Москва, 2011, 23 с.
6. *Бурков В.Н., Новиков Д.А.* Модели и механизмы теории активных систем в управлении качеством подготовки специалистов.- М.: ИЦ, 1998. – 158 с.
7. *Грабь М.И.* Об одном алгоритме количественной оценки знаний учащихся. // Советская педагогика, 1981, № 5. – с. 64-72.
8. *Гончар Д.Р., Юрезанская Ю.С.* Математическое моделирование применения культуро- и природосообразного подходов в общеобразовательной школе. // М.: ВЦ РАН, 2013. 20 с.